# Лекція Тема 6. МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ МІЖ КІЛЬКІСНИМИ ЗМІННИМИ

## 6.1.Види взаємозв’язків між кількісними змінними

Світ, що нас оточує, сповнений всіляких взаємозв'язків: між політикою держави та станом економіки, обсягом випуску продукції та попитом на неї на ринку, доходами та витратами підприємства тощо.

У тому випадку, коли відомі двовимірні або багатовимірні дані (наприклад, продуктивність праці робітників, їх оснащеність основними засобами, заробітна плата та ін.), завжди є можливість вивчати не лише кожний вимір окремо (як частина одновимірної сукупності даних), а й здійснювати їх спільний аналіз, у тому числі шляхом виявлення взаємозв'язків між ними, що дозволяє отримати значно більший ефект від аналізу.

Вивчаючи взаємозв'язки між дво- і багатовимірними даними, слід завжди пам'ятати про наступні три ***основні цілі*** [16, с. 518-519].

**Перша.** Описання і розуміння взаємозв'язку. При вивченні складної системи дуже важливо знати, які чинники найбільш тісно взаємодіють один з одним, а які взагалі не впливають один на одного. Знання цієї інформації може надати значну допомогу в довгостроковому плануванні і прийнятті інших стратегічних рішень.

**Друга.** Прогнозування і передбачення. Розуміння певного взаємозв'язку може дозволити використовувати інформацію про один із вимірників для більш якісного передбачення іншого.

**Третя.** Регулювання й управління процесом. Коли ми втручаємося в будь-який процес, необхідно визначити обсяг цього втручання. Якщо існує безпосередній взаємозв'язок між втручанням і результатом і ми цей взаємозв'язок розуміємо, то таке знання може допомогти нам здійснити оптимальне регулювання.

Між досліджуваними змінними (економічними показниками) можуть бути різні види і форми зв'язків.

*За характером залежності явищ* розрізняють зв'язки

### функціональні та стохастичні.

**Функціональні** зв'язки характеризуються повною відповідністю між причиною (факторна ознака) і наслідком (результативна ознака). Внаслідок цього функціональна залежність виражається точною математичною формулою, яка може бути

застосована до будь-яких явищ, що розглядаються. При функціональному зв'язку кожному значенню однієї ознаки (або декількох) відповідає цілком певне значення іншої, результативної ознаки. Функціональний зв'язок виражається у вигляді того або іншого рівняння функції і зберігає свою силу (виявляється) у кожному окремому випадку для кожної окремо взятої одиниці даної сукупності.

Проте, в економічних дослідженнях частіше зустрічаються зв'язки іншого роду, коли одній і тій же величині ознаки-чинника відповідають різні значення результативного показника, створюючи ряд розподілу, тобто спостерігається залежність розподілу значень результативної ознаки від значень ознаки-чинника. Такого роду зв'язки називаються **стохастичними**. При стохастичному зв'язку зі зміною факторної ознаки змінюється розподіл одиниць за результативною ознакою.

Окремим видом стохастичних зв'язків є ***кореляційні*** зв'язки. Термін кореляція (соrrеlаtіоn) означає співвідношення, відповідність. Кореляційний зв'язок між результативною ознакою та однією з певної кількості факторних ознак може проявитися тільки в загальному, в середньому, за інших однакових умов, коли вплив факторів, що не є об'єктом дослідження, усувається шляхом їх осереднення. Відповідно до закону великих чисел таке осереднення на основі взаємопога- шення відхилень певних одиниць сукупності у той або інший бік від середньої досягається при достатньо великій їх кількості. І чим більшою є статистична сукупність, тим точніше встановлене співвідношення виражає закономірність кореляційних зв'язків.

Як функціональні, так і кореляційні зв'язки *за їх напрямком* можуть бути ***прямими*** та ***оберненими***. Якщо із зростанням факторної ознаки результативна ознака також зростає, то це буде **прямий** зв’язок. Якщо ж із збільшенням факторної ознаки результативна зменшується або, навпаки, із зменшенням факторної ознаки результативна зростає, то це – **обернений** зв'язок.

За *аналітичним вираженням (формою)* зв'язки можуть бути ***прямолінійними*** *(лінійними)* ***і криволінійними*** *(нелінійними)*. Якщо залежність результативної ознаки від чинника може бути виражена рівнянням прямої лінії, то зв'язок називається **прямолінійним** (лінійним), якщо ж залежність виражається рівнянням будь-якої кривої (гіперболи, параболи тощо), то зв'язок називається **криволінійним**.

Якщо досліджується залежність результативної ознаки тільки від одного чинника, то зв'язок називається **однофакторним**, при вивченні взаємозв'язку між декількома ознаками говорять про зв'язок **багатофакторний**.

*Залежно від тісноти зв’язку* між змінними виділяють такі їх види: ***практично відсутній, слабкий, помірний, сильний.***

## 6.2. Детерміновані моделі та їх аналіз

Для вивчення взаємозв’язків між ознаками використовуються різноманітні моделі, які за характером залежностей між явищами можна розділити на два класи: 1) детерміновані; 2) імовірнісні.

Залежно від того, враховує економіко-математична модель елемент випадковості чи ні, вона може бути віднесена до класу стохастичних або детермінованих. У детермінованих моделях ні цільова функція, ні рівняння зв’язку не містять випадкових факторів. А це означає, що для даної множини вхідних значень на виході може бути отриманий лише один-єдиний результат. Для стохастичних економіко-математичних моделей характерна наявність факторів, що мають імовірнісний характер, і вони представлені певними законами розподілу. Значення вихідних параметрів таких моделей можуть бути передбачені лише з певною ймовірністю.

Слід відмітити певну обмеженість можливостей детермінованого факторного моделювання та факторного аналізу. Це обумовлено декількома причинами. Зокрема, повнота вивчення економічних явищ і процесів та показників, що їх відображають, залежить від правильного і повного відображення зв’язку між показниками-факторами. Крім того, вплив окремих факторів на зміну результативного показника вивчається ізольовано, прямим рахунком, сукупний вплив факторів отримують простим сумуванням, яке відображає цей ізольований вплив. При цьому не враховуються можливості існування між результативним показником і факторами, а також між самими факторами складних стохастичних залежностей, через які вплив одних факторів може спотворюватися впливом інших. У детермінованому моделюванні не враховується те, що дія багатьох факторів на результат відбувається одночасно, а характер їх зв’язку в багатьох випадках є нелінійним.

В економічній літературі представлені різні моделі, що використовуються в детермінованому економічному аналізі. Їх

використання залежить від напрямків аналізу, економічної сутності взаємопов’язаних факторних показників. У цьому випадку взаємозв’язок між факторними показниками може бути різний і відображатися за допомогою арифметичних дій – додавання, віднімання, ділення та множення.

У табл. 6.1 представлено види детермінованих моделей, що використовуються в економічному аналізі кількісних змінних.

*Таблиця 6.1*

## Види (типи) детермінованих моделей зв’язку

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид (тип) моделі | Математичне вираження | Умови використання |
| Адитивна | *Y*  *Х*  *X*1  *X* 2  ...  *Xn* | Результативний показник є алгебраїчною сумою факторних показників |
| Мультиплікативна | *Y*  *ПX*  *X*1  *X* 2 ... *Xn* | Результативний показник є добутком декількох факторів |
| Кратна | *Y*  *X*  *Z* | Результативний показник є часткою від ділення одного фактору на інший |
| Змішана (комбінована) | *Y*  *X*  *K* ; *Y*  ( *X*  *K* )  *Z*  *Z* | Результативний показник поєднує в собі декілька форм зв’язку |

На практиці найбільш поширеними, серед наведених у табл. 5.1 моделей, є адитивні та мультиплікативні моделі.

Будь-яка із наведених моделей може бути деталізована одним із наступних шляхів:

* подовження (формальне розкладання);
* розширення;
* скорочення.

В адитивних факторних моделях доцільно застосовувати подовження розкладання (деталізацію) результативного показника на частини, тобто здійснювати так зване дезагрегування факторів.

Наприклад, повна собівартість реалізованої продукції підприємства може бути представлена у вигляді такої адитивної моделі:

*Y = Х1 + Х2 + Х3,* (5.1)

де Х1 – виробнича собівартість продукції; Х2 – адміністративні витрати;

Х3 – витрати на збут.

Ця трьохфакторна модель (5.1) може бути дезагрегована у п’ятифакторну:

*Y = Х1 + Х2 + Х3 + Х4 + Х5,* (5.2)

де Х1 – матеріальні витрати (витрати сировини, матеріалів, електроенергії, комплектуючих тощо);

Х2 – витрати на оплату праці; Х3 – амортизація ОС;

Х4 – адміністративні витрати; Х5 – витрати на збут.

За потреби можна ще більше розчленувати витрати підприємства за їх видами.

Очевидно, що із деталізацією аналітичні та інформаційні можливості дослідження значно збільшуються, оскільки з'являється можливість визначити вплив значно більшої кількості факторів на результат. При цьому рівень деталізації результативного показника залежить від мети та завдань аналізу.

У мультиплікативних факторних моделях використовується прийом їх розширення за рахунок розділення результативного показника (добутку) на окремі складові-співмножники. Так, виробнича собівартість продукції може бути представлена як добуток двох факторів-співмножників:

*Y = Х1 · Х2* , (5.3)

де *Х1* – обсяг виготовленої продукції;

*Х2* – собівартість одиниці продукції.

Дана мультиплікативна модель (5.3) може бути перетворена шляхом дезагрегування у трьохфакторну:

*Y = Х1 · Х2 · Х3*, (5.4)

де *Х1* – середньооблікова кількість робітників;

*Х2* – продуктивність праці одного робітника (виробіток);

*Х3* – собівартість одиниці продукції.

Отримана трьохфакторна модель може бути дазагрегована у чотирьох-, п’ятифакторну та ін.

Розподіл абсолютного приросту результативного показника в адитивних моделях є достатньо простим: він є сумою приростів кожного фактора, що був включений у модель.

У мультиплікативних моделях розподіл абсолютного приросту результативного показника може здійснюватися одним із двох методів: ланцюгових підстановок і виявлення ізольованого впливу факторів. Згідно правил методу ланцюгових підстановок зміна

кожного фактора в моделі здійснюється за принципом ланцюга: спочатку змінюється перший фактор, а всі інші фіксуються на рівні базисного періоду, далі – другий фактор (при цьому перший уже фіксується на рівні звітного періоду, а всі інші – на рівні базисного і т. д.). Очевидно, що в такому випадку важливе значення має правильне розташування факторів у моделі. Першим у мультиплікативній моделі розташовується об’ємний показник, далі – структурний, а потім – якісні показники. При цьому перший показник-фактор у моделі є первинним, другий – вторинним до першого, але первинним до третього і т. д. Важливо враховувати, що кожен фактор у мультиплікативній моделі повинен мати реальний економічний зміст і добуток кожних факторів послідовно, починаючи з першого фактора, також повинен бути реальним економічним показником.

Основною перевагою методу ланцюгових підстановок є простота розрахунків і можливість надати чітку інтерпретацію їх результатів. У той же час, даний метод має суттєвий недолік – неможливо виділити чистий вплив кожного фактора на результативний показник.

Вирішити це питання дозволяє метод виявлення ізольованого впливу факторів. Згідно правил даного методу кожен фактор змінюється ізольовано, тобто, усі інші фактори фіксуються на рівні базисного періоду, незалежно від їх розташування в моделі. Однак, слід враховувати, що у випадку використання даного методу при визначенні приросту результативного показника виникає додатковий приріст, який характеризує спільний вплив факторів. Саме цей приріст у деяких випадках досить складно пояснити, наприклад тоді, коли прирости результативного показника за рахунок кожного фактора були позитивними (мали знак «плюс»), а даний показник мав знак «мінус». Тому ця обставина, в першу чергу, привела до того, що більш поширеним на практиці став метод ланцюгових підстановок.

Перехід від абсолютних приростів результативного показника до відносних здійснюється шляхом ділення кожного абсолютного приросту (і загального, і факторних) на базисний рівень результативного показника (незалежно від того, який метод розподілу приросту за факторами використовується).

## 6.3. Регресійно-кореляційний аналіз

Детерміновані моделі, як було відмічено в параграфі 5.2, мають певні обмеження щодо відображення зв’язків, які існують між показниками у реальному житті. Більш поширеними з цієї точки зору є ймовірнісні моделі.

В основі ймовірнісних моделей лежить передумова про стохастичний (кореляційний або регресійний) зв'язок між залежною змінною та чинниками, що її обумовлюють. Іншими словами, поряд з основними вирішальними факторами розглядаються також другорядні та випадкові чинники, що визначають варіацію результативної ознаки. Це досить адекватна постановка завдання, оскільки в реальній дійсності існує саме такий механізм формування рівня більшості економічних показників підприємства [24, с. 83].

Одним із найбільш поширених методів, які застосовуються для аналізу стохастичних зв’язків, є регресійно-кореляційний метод аналізу.

Регресійно-кореляційний аналіз (РКА) полягає в побудові й аналізі економіко-математичної моделі у вигляді рівняння регресії, що виражає залежність результативного показника від визначальних його факторів:

*Y*ˆ  *f* (*x* , *x* ,..., *x* )

(5.5)

*x* 1 2 *n*

РКА складається з наступних етапів (стадій), які тісно пов’язані між собою:

1. Попередній (апріорний) аналіз.
2. Збір інформації та її первинна обробка.
3. Побудова моделі (рівняння регресії).
4. Оцінка й аналіз моделі.

Під **попереднім (апріорним) аналізом** розуміється процес дослідження даного явища до збору початкової інформації. На цьому етапі формуються основні напрямки всього регресійно-кореляційного аналізу, а саме:

* у загальному вигляді формулюються завдання дослідження;
* здійснюється вибір і визначається методика вимірювання результативного показника;
* здійснюється попередній відбір факторів, які будуть включені в модель, і вирішується питання щодо способів їх вимірювання;
* обґрунтовуються напрямки причинно-наслідкових зв'язків між результативною та факторними ознаками;
* обґрунтовується форма зв'язку між результативною та факторними ознаками.

При формуванні попереднього переліку факторних ознак необхідно враховувати такі обставини:

* факторні ознаки повинні бути кількісними, краще за все – безперервними;
* факторні ознаки повинні розраховуватися по відношенню до однієї бази;
* не рекомендується включати в модель показники, які взаємно дублюють один одного, тобто відображають одну й ту ж сторону досліджуваного явища.

Результати регресійно-кореляційного аналізу, як і будь-якого статистичного дослідження, значною мірою залежать від якості вихідної інформації. Тому необхідно, щоб інформаційна база відповідала певним вимогам:

* статистична сукупність (кількість одиниць або спостережень) повинна бути достатньою за обсягом, для того щоб через дію закону великих чисел визначені в ході РКА статистичні характеристики були типовими і надійними;
* вихідні дані повинні бути якісно та кількісно однорідними (якісна однорідність припускає близькість умов формування результативної і факторних ознак; кількісна однорідність полягає у відсутності одиниць спостереження, які за своїми числовими характеристиками істотно відрізняються від основної маси даних);
* факторні ознаки, що включаються в модель, не повинні знаходитися між собою в тісному взаємному зв'язку;
* кількість спостережень повинна щонайменше в 6 разів перевищувати кількість факторів, які будуть включені в регресійну модель.

Побудова регресійної моделі починається із встановлення типу аналітичної функції, що характеризує механізм взаємозв'язку між результативною ознакою і одним або декількома ознаками- чинниками. При цьому рівняння регресії може включати один (однофакторна модель) або декілька (багатофакторна модель) факторів.

У випадку побудови однофакторної моделі вибір типу аналітичної функції здійснюється наступним чином:

* якщо зі зміною фактора результативний показник змінюється більш-менш рівномірно, такий зв’язок описується лінійною функцією;
* якщо при рівномірному збільшенні значення факторного показника результативний збільшується або зменшується прискорено (або спочатку збільшується, а потім зменшується), то таку залежність можна представити у вигляді параболи (полінома) другого порядку;
* обернену залежність між двома ознаками можна виразити або рівнянням прямої з від'ємним коефіцієнтом регресії, або рівнянням гіперболи;
* якщо відносна зміна результативного показника повинна бути пропорціональною відносній зміні ознаки-фактора, то в якості форми зв’язку можна прийняти ступеневу функцію.

Якщо будується багатофакторна регресійна модель, то вибір типу аналітичної функції потребує більш детального вивчення. Якщо ж за тими чи іншими причинами неможливо встановити форму зв’язку між змінними, то зазвичай використовують лінійну форму зв’язку.

Побудова моделі, тобто розрахунок коефіцієнтів регресії здійснюється шляхом реалізації методу найменших квадратів, для чого необхідно вирішити систему нормальних рівнянь. У сучасних умовах це здійснюється шляхом використання програмних продуктів.

Найбільш простим є використання редактора *Excel.*

Для цього необхідно активізувати «Пакет аналізу» і далі здійснити наступні кроки:

1. Обрати опцію «Регресія».
2. У діалоговому вікні з’являються адреси результативної і факторних ознак, їх необхідно вказати (із попередньо складеного в *Excel* масиву вихідних даних).
3. Встановити рівень надійності коефіцієнтів регресії (за замовчуванням – 95 %).
4. За необхідності активізувати опцію «Остатки».
5. Командою ОК вивести результати на новий робочий аркуш.

Після цього на робочому аркуші з’являються результати РКА у формі розрахункової таблиці.

Знайдені параметри моделі (рівняння регресії) знаходяться в 3-му блоці таблиці у стовпчику «Коэффициенты». Вільний член рівняння знаходиться в рядку з позначкою *«Y*-пересечение».

Після побудови моделі, як відмічалося раніше, здійснюється її аналіз.

По-перше, здійснюється ***оцінка точності побудованої моделі***. Для цього зазвичай використовують множинний індекс детермінації, який у випадку лінійної форми зв’язку називають множинним коефіцієнтом детермінації:

2



*R*2  *ф* ,

 2

(5.6)

де  2 *ф*

– факторна дисперсія результативної ознаки, яка

*n*

(*Y*ˆ  *Y* )2

*i*

розраховується за формулою:

 2*ф*

  *i* 1

*n*

;

 2 – загальна дисперсія результативної ознаки, яка визначається за

*n*

(*Yi*  *Y* )2

формулою:  2

  *i* 1 .

*n*

Коефіцієнт детермінації може набувати значень від 0 до 1. При цьому чим ближчим є його значення до 1, тим більш точно отримане рівняння регресії описує залежність результативного показника від факторних.

Множинний коефіцієнт детермінації показує, скільки відсотків загальної варіації результативної ознаки пояснюється варіацією факторів, включених у регресійну модель.

Наступним етапом аналізу є ***оцінка тісноти зв’язку*** між результативною ознакою і включеними в модель факторами. Для цього використовується множинний коефіцієнт кореляції, який визначається як корінь квадратний із коефіцієнта детермінації:

*R*  (5.7)

*R*2

Коефіцієнт кореляції може приймати значення від 0 до 1. При

*R*  0 зв'язок між факторними та результативною ознаками

відсутній, при *R*  1 зв'язок є функціональним.

Для оцінки щільності (тісноти) зв'язку можна використати шкалу Чеддока:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значення  коефіцієнта кореляції | 0,1 – 0,3 | 0,3 – 0,5 | 0,5 – 0,7 | 0,7 – 0,9 | 0,9 – 0,99 |
| Характеристика тісноти зв'язку | cлабка | помірна | помітна | висока | дуже висока |

***Оцінка адекватності регресійної моделі*** здійснюється за допомогою *F*-критерію Фішера, який розраховується за такою формулою:

*R*2 *n*  *m*

*F*  1 *R*2  *m* 1 , (5.8)

де *n* – кількість одиниць досліджуваної сукупності;

*т* – кількість параметрів рівняння регресії.

Розрахункове значення *F* порівнюється з критичним (табличним) для прийнятого рівня значущості  і кількості ступенів

вільності

*k*1  *m* 1 i

*k*2  *n*  *m.* Таблиця критичних значень

*F*-критерію Фішера наведена в *Додатку В*.

У випадку використання редактора *Excel* розрахункове значення *F*-критерію, а також його статистична значущість знаходяться автоматично: вони наводяться у 2-му блоці розрахункової таблиці, про яку мова йшла вище. Даний блок називається «Дисперсионный анализ», у ньому містяться стовпчики «*F*» і «значимость *F*».

Побудована модель вважається надійною з імовірністю 0,95 (0,90; 0,99) у тому випадку, коли заданий рівень значущості *F-*критерію (  0,05;   0,10;   0,01) більший, ніж отриманий

розрахунковий рівень значущості *F*.

Після перевірки якості моделі в цілому здійснюється ***перевірка та аналіз коефіцієнтів регресії***.

Для цього, в першу чергу, необхідно перевірити відповідність знаків коефіцієнтів регресії теоретичним і логічним уявленням про напрямок впливу факторів на результативний показник. Якщо знак коефіцієнта регресії не відповідає логічним уявленням про напрямок зв’язку між факторною і результативною ознаками, то може бути прийнято одне з двох наступних рішень:

1. встановлення причини такої невідповідності шляхом додаткового аналізу об’єкта дослідження, результативного і факторного показників, якості зібраної інформації;
2. виключення даного фактора із моделі.

Наступний крок аналізу поєднує в собі дві процедури, які необхідно виконувати практично паралельно:

* + оцінка значущості коефіцієнтів регресії за *t-*критерієм Стьюдента;
  + вимірювання тісноти зв’язку між факторами за допомогою парних коефіцієнтів кореляції.

У випадку побудови однофакторної лінійної моделі *t-*критерій Стьюдента розраховується для кожного *і*-го коефіцієнта регресії за формулою:

*tі*  *aі*

*n*  2





 *x* , (6.9)

де  *x*

 

* середнє квадратичне відхилення *і*-ї факторної ознаки;
* залишкове середнє квадратичне відхилення результативної

(*Y*  *Y*ˆ)2 *n*



ознаки, яке розраховується за формулою:   .

Розрахункові значення *t*-критерію Стьюдента порівнюють з критичним (табличним) для відповідної кількості числа ступенів вільності *k=n-m* (*n* – кількість одиниць сукупності; *m –* кількість параметрів) і прийнятого рівня ймовірності.

У випадку використання редактора *Excel* розрахункове значення *t*-критерию, а також його статистична значущість знаходяться автоматично: вони наводяться у 3-му блоці розрахункової таблиці, про яку мова йшла вище. У цьому блоці таблиці містяться стовпчики з розрахунковими значеннями *t-*статистики та їх *Р-*значення. Перевірка надійності коефіцієнтів регресії здійснюється аналогічно перевірці надійності моделі в цілому за *F*-критерієм Фішера (про що мова йшла раніше).

Якщо фактор у моделі виявився ненадійним, то його необхідно виключити. Якщо таких факторів виявилося декілька, то їх виключення із моделі здійснюється поступово:

* на першому етапі відсіюється фактор з найнижчим рівнем значущості;
* на другому етапі знову будується модель уже без цього фактора і здійснюється її повна оцінка, а також оцінка кожного фактора;
* далі процедура повторюється до того часу, поки в моделі не залишаться тільки суттєві фактори.

Вимірювання тісноти зв’язку між результативною і факторними ознаками, а також попарно між самими факторними ознаками, можна здійснювати на основі розрахунку парних коефіцієнтів кореляції. Їх

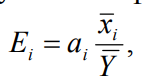
розрахунок здійснюється в редакторі *Excel* шляхом використання опції «Корреляция». Якщо два фактори тісно пов’язані між собою і один із них є незначущим за *t*-критерієм Стьюдента, або рівень його значущості знаходиться на межі, то саме цей фактор потрібно виключити із моделі.

Після того як у моделі залишилися лише суттєві фактори, можна приступити до економічної інтерпретації коефіцієнтів регресії. У випадку лінійної форми зв’язку **коефіцієнт регресії показує** на скільки одиниць у середньому змінюється результативний показник при зміні даного факторного показника на одну свою одиницю (при фіксованому значенні всіх інших факторів, що включені в модель).

При аналізі та економічній інтерпретації рівняння множинної регресії поряд з коефіцієнтами регресії з метою порівняння сили впливу кожного фактора на результативний показник використовують й інші характеристики: коефіцієнти еластичності та

-коефіцієнти.

Коефіцієнт еластичності (*Е*) показує, на скільки відсотків змінюється у середньому результативна ознака при зміні факторної ознаки на 1 %. Він розраховується за формулою:

 (6.10)

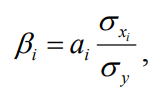
де *ai* – коефіцієнт регресії при *i* -му факторі;

*xi* – середнє значення *i* -го фактора;

*Y* – середнє значення результативної ознаки.

Очевидно, що чим більшим є значення коефіцієнта еластичності, тим більшим є вплив даного фактора на результативний показник.

-коефіцієнт показує, на скільки середніх квадратичних відхилень зміниться в середньому результативний показник, якщо відповідний факторний показник зміниться на одне своє середнє квадратичне відхилення. Він розраховується за формулою:



де  *х* – середнє квадратичне відхилення *i* -го фактора;

*і*

 *у* – середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Чим більшим є значення -коефіцієнта, тим більшою є сила

впливу даного фактора на результативний показник.

Розглянемо реалізацію регресійно-кореляційного методу на прикладі аналізу показника середньомісячної номінальної заробітної плати працівників в Україні.

Показник середньомісячної заробітної плати обрано нами тому, що заробітна плата відіграє важливу роль у суспільстві, оскільки вона є одним з основних видів доходів населення не лише України, а й багатьох інших країн світу. Крім того, заробітна плата є не лише доходом, а й найважливішим стимулюючим фактором інноваційної діяльності, що є дуже важливим для економіки кожної країни.

На розмір заробітної плати впливає цілий комплекс соціально- відтворювальних факторів. Вони визначають не лише рівень безпосередньо заробітної плати, а й вартість інших життєвих засобів, необхідних для нормального відтворення робочої сили. При цьому таких коштів має вистачити не лише для відновлення працездатності працівника, а й для утримання на певному рівні непрацездатних членів його сім'ї.

Побудову багатофакторної лінійної моделі проведемо за допомогою вбудованого блоку Excel «Регресія» (покроково алгоритм такої побудови наведено вище). При цьому, як було відмічено раніше, в якості результативної ознаки виступає розмір середньомісячної номінальної заробітної плати в розрахунку на одного штатного працівника (в гривнях).

У якості факторів обрано такі економічні показники:

*x*1 – валовий внутрішній продукт на душу населення, грн.;

*x*2 – валовий регіональний продукт на душу населення, грн.;

*x*3 – прожитковий мінімум, грн.;

*x*4 – рівень безробіття населення, %;

*x*5 – рівень зайнятості населення, %;

*x*6 – обсяг інвестицій в основний капітал у розрахунку на одну

особу, тис. грн.

Для побудови регресійно-кореляційної моделі були використані офіційні дані по Україні за 2000-2016 рр., що містяться на сайті Державної служби статистики України та в Статистичних щорічниках України. Вихідні дані наведено у *Додатку Г*.

На першому етапі робимо теоретичні припущення щодо напрямку зв’язку між факторними та результативною ознаками: всі

фактори, крім рівня безробіття, повинні мати з результативним показником прямий зв'язок.

На підставі даних *Додатку Г* будуємо багатофакторне рівняння

регресії, яке описує зв'язок між факторами

*x*1  *x*6

і результативною

ознакою. Побудова здійснювалася шляхом використання вбудованого блоку Excel «Регресія». Результати («Вывод итогов») наведено в *Додатку Д*.

Як видно із *Додатку Д,* такі фактори, як валовий регіональний продукт на душу населення, рівень безробіття, рівень зайнятості населення та обсяг інвестицій у основний капітал у розрахунку на одну особу виявилися незначущими за *t*-критерієм Стьюдента, тому їх необхідно виключити із моделі.

Після цього здійснюється побудова моделі без виключених факторів, причому процедура РКА проводиться із самого початку.

У результаті отримали таку регресійну модель (її характеристики наведені в *Додатку Ж*):

*У = -285,372 + 0,073x1 + 0,970x3*

Отже, після виключення з моделі незначущих факторів залишилися такі: валовий внутрішній продукт на душу населення і прожитковий мінімум.

Критерій Фішера *F* = 10029,4 та його рівень значущості α = 8,02849E-23 свідчать про те, що побудована модель у цілому є адекватною.

Множинний коефіцієнт детермінації досить високий, його значення складає 99,93%. Це означає, що 99,93% загальної варіації показника середньої заробітної плати обумовлено варіацією обраних факторів. Решта 0,07% варіації результативної ознаки пояснюється впливом інших, не врахованих у моделі, факторів. Тобто, модель у цілому є достатньо точною.

Оскільки значення коефіцієнта кореляції наближається до 1, то дана модель відображає тісний зв'язок між рівнем середньої заробітної плати і факторами, що до неї ввійшли.

Як ми відмічали раніше, у регресійній моделі коефіцієнти регресії характеризують середню величину зміни результативного показника при зміні кожного фактора на одиницю за умови, що інші показники залишаються без зміни, тобто закріплені на середньому рівні.

У даному випадку знаки коефіцієнтів регресії в моделі відповідають теоретичним уявленням про напрямок впливу факторів на результативну ознаку. Отже, можна навести їх економічну інтерпретацію: при збільшенні валового внутрішнього продукту на душу населення на 1 грн. розмір заробітної плати збільшується в середньому на 0,073 грн., а збільшення прожиткового мінімуму на

1 грн. призводить до збільшення розміру заробітної плати в середньому на 0,97 грн.

Для перевірки мультиколінеарності між факторами використано вбудований блок *Excel* «Корреляция». Результати перевірки наведені в таблиці 5.5.

*Таблиця 5.5*

## Матриця коефіцієнтів кореляції

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *Столбец 1* | *Столбец 2* | *Столбец 3* |
| Столбец 1 | 1 |  |  |
| Столбец 2 | 0,997651225 | 1 |  |
| Столбец 3 | 0,981347543 | 0,867682491 | 1 |

Матриця коефіцієнтів кореляції характеризує наявність або відсутність кореляції між факторами, що ввійшли до моделі. Отже, результати перевірки показали, що мультиколінеарність між факторами є, тобто зв'язок досить високий, але ці фактори здійснюють важливий вплив на рівень результативного показника, тому доцільно залишити їх в моделі, тим більше, що коефіцієнти Стьюдента цих факторів показали, що вони мають досить високий рівень вагомості в порівнянні з іншими факторами, які були включені в модель.

Визначимо коефіцієнти еластичності за формулою (6.10):

*Е*1  0,073  20902 ,0 /1935 ,4  0,788 (%)

*Е*3  0,970  726,9 /1935,4  0,364 (%)

Розраховані значення коефіцієнтів еластичності свідчать про те, що значний вплив на рівень заробітної плати в Україні має валовий внутрішній продукт на душу населення: з його підвищенням на один відсоток результативний показник зростає майже на 0,8 %. Цей факт є очевидним, оскільки держава впливає на рівень заробітної плати працівників через наявні ресурси (у першу чергу – валовий внутрішній продукт).

## 6.4. Розрахунок резервів на основі регресійної моделі

Побудоване рівняння регресії може бути використане для розрахунку резервів. У кожному конкретному випадку (залежно від сутності результативного показника) здійснюється розрахунок резервів або його зростання, або зниження.

Якщо результативний показник є *ознакою-стимулятором*, то можна визначити резерви *зростання* цього показника. Наприклад, якщо результативним показником є рентабельність підприємства, то логічним є розрахунок резервів зростання даного показника, тобто даний показник є ознакою-стимулятором.

Якщо ж результативний показник є *ознакою-дестимулятором*, то є сенс розраховувати *резерви зниження* цього показника. Якщо, наприклад, результативним показником є витрати на гривню реалізованої продукції, то, очевидно, що потрібно прагнути до їх зменшення, тобто даний показник є ознакою-дестимулятором, тому мова може йти про розрахунок резервів його зниження.

Визначення резервів на основі регресійної моделі може здійснюватися в тому випадку, коли досліджувана сукупність є просторовою, тобто вихідна інформація – це *дані по сукупності об’єктів* (підприємств, робітників тощо). Якщо ж вихідні дані характеризують динаміку результативного і факторних показників по окремому об’єкту, то резерви не розраховуються.

Процес розрахунку резервів на основі регресійної моделі складається з наступних етапів.

На першому етапі здійснюється розрахунок середнього рівня результативної ознаки.

На другому етапі вся сукупність об'єктів ділиться на дві групи:

1. група лідерів – це передові об’єкти, в яких значення результативної ознаки більші, ніж середнє значення; 2) група аутсайдерів – це відстаючі об'єкти, для яких значення результативної ознаки менші, ніж середнє значення.

На третьому етапі в кожній виділеній групі розраховуються середні значення результативної і факторних ознак, що увійшли до рівняння регресії, тобто визначаються групові середні.

На четвертому етапі для кожної з факторних ознак і результативної ознаки знаходяться різниці середніх значень передових і відстаючих об’єктів.

На п’ятому етапі отримані різниці середніх значень по кожній факторній змінній множаться на відповідні коефіцієнти регресії. Це і є резерви зростання (зменшення) результативного показника за рахунок зміни кожного фактора.

## Питання для самоконтролю

* 1. Які існують види зв’язків?
  2. Що є характерним для функціонального, стохастичного та кореляційного зв’язку?
  3. Коли для моделювання використовується адитивна модель?
  4. Коли для моделювання використовується мультиплікативна модель?
  5. У чому є принципова відмінність між методами ланцюгових підстановок і виявлення ізольованого впливу факторів?
  6. У чому сутність регресійно-кореляційного аналізу?
  7. З яких етапів складається регресійно-кореляційний аналіз?
  8. Які вимоги висуваються до факторних ознак при включенні їх в регресійну модель?
  9. Які вимоги пред'являє регресійно-кореляційний аналіз до якості вихідної інформації?
  10. Який показник використовують для оцінки точності регресійної моделі і як його розраховують?
  11. Який показник використовують для вимірювання тісноти зв'язку в регресійній моделі і як його розраховують?
  12. 3а допомогою якого показника здійснюється оцінка адекватності регресійної моделі і як його розраховують?
  13. 3а допомогою якого показника оцінюють істотність (значущість) коефіцієнтів регресії?
  14. Для чого використовують шкалу Чеддока?
  15. Що характеризує матриця коефіцієнтів кореляції?
  16. Який зміст мають коефіцієнти регресії?
  17. Як розраховуються та який зміст мають коефіцієнти еластичності?
  18. Як розраховуються та який зміст мають *-*коефіцієнти?
  19. Що таке «ознака-стимулятор» та «ознака-дестимулятор»?
  20. Назвіть та охарактеризуйте етапи визначення резервів на основі регресійної моделі.